

## مثال (23.1) ذرة الهيدروجين

إذا علمت أن الإلكترون يبعد عن البروتون في ذرة الهيدروجين مسافة قدرها  $5.3 \times 10^{-11} m$  تقريباً (بالموسط)، فأوجد القيمة المطلقة للقوة الكهربائية بين هاتين الجسيمتين، ثم أوجد قيمة قوة التجاذب الكتلي بينهما، ماذا تستنتج؟.

الحل: من قانون كولون نجد أن القيمة المطلقة للقوة الكهربائية هي:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2}$$

$$F_e = \left( 8.9875 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \right) \frac{(1.60219 \times 10^{-19} C)^2}{(5.3 \times 10^{-11} m)^2} = 8.2 \times 10^{-8} N$$

ومن قانون نيوتن في التجاذب الكتلي وباستخدام كتل الجسيمات من الجدول (23.1)، نجد أن قيمة قوة التجاذب الكتلي:

$$F_g = G \frac{m_e \cdot m_p}{r^2}$$

$$F_g = \left( 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \right) \frac{(9.11 \times 10^{-31} kg)(1.67 \times 10^{-27} kg)}{(5.3 \times 10^{-11} m)^2}$$

$$= 3.6 \times 10^{-47} N$$

نلاحظ أن النسبة بين القوتين هي  $F_e/F_g = 2 \times 10^{39}$ ، وهذا يعني أن قوة التجاذب الكتلي بين الجسيمات الذرية المشحونة مهمة بالمقارنة مع القوة الكهربائية بينها. ونلاحظ أن هنالك تشابه في الشكل بين قانون نيوتن في التجاذب الكتلي وقانون كولون في التجاذب والتنافر الكهربائي. عدا (الاختلاف) بالقيم، ما هو الاختلاف الأساسي بين القوتين؟.

عند تعاملك مع قانون كولون، يجب أن تتذكر بأن القوة هي مقدار متجه، وبالتالي يجب أن تكون معالجتك اعتماداً على ذلك. إن هذا القانون عندما يعبر عنه بشكل متجه من أجل القوة الكهربائية التي تمارسها شحنة  $q_1$  على شحنة ثانية  $q_2$ ، الذي يرمز له  $F_{12}$ ، يكون:

$$F_{12} = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \hat{r} \quad \text{الشكل المتجه لقانون كولون} \quad (23.6)$$

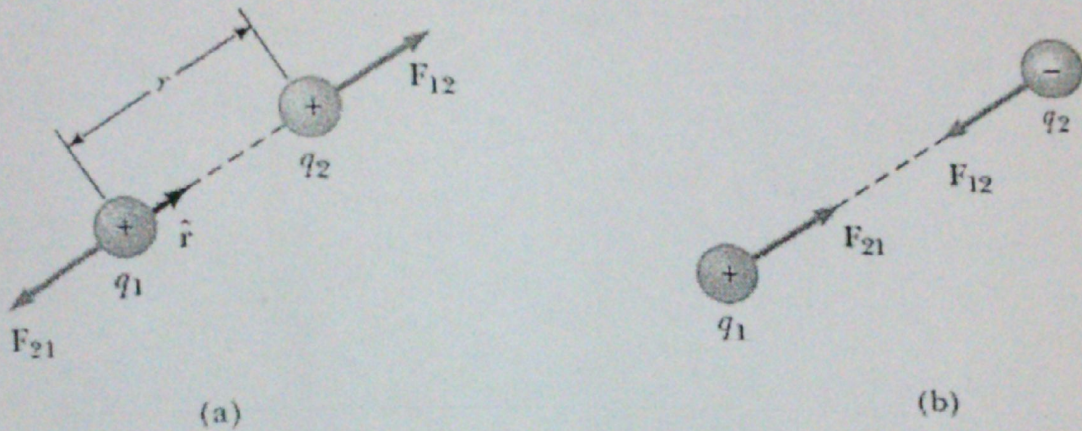
حيث  $\hat{r}$  هو متجه الواحدة الموجه من  $q_1$  نحو  $q_2$ ، كما هو مبين في الشكل (23.7) (a)، بما أن القوة الكهربائية (مثل قوة الثقالة) تخضع لقانون نيوتن الثالث (قانون الفعل ورد الفعل)، فإن القوة  $F_{21}$  التي تمارسها الشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_1$  تكون مساوية بالقيمة للقوة  $F_{12}$  التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_2$ ، لكن باتجاه معاكس؛ أي أن  $F_{12} = -F_{21}$ . أخيراً، من المعادلة (23.6) نرى أنه إذا كان للشحنتين  $q_1$  و  $q_2$  نفس الإشارة، كما في الشكل (23.7) (a)، فإن إشارة الجداء  $q_1 q_2$  ستكون موجبة. وإذا كان للشحنتين  $q_1$  و  $q_2$  إشارتين متعاكستين، كما في الشكل (23.7) (b)، فإن إشارة الجداء  $q_1 q_2$  ستكون سالبة. إن هاتين الإشارتين (للجداء) تصفان الاتجاه النسبي *relative direction* لقوة الفعل ورد الفعل، وليس للاتجاه المطلق *absolute direction*.



إن كون الجداء سالباً يدل على أن القوة بين الشحنتين تجاذبية، حيث أن كل شحنة تشدها قوة ناتجة عن الشحنة الأخرى. وهكذا، فإن كل من القوتين متجهة نحو الأخرى (متلاقية). وإن كون الجداء موجباً يدل على أن القوة بين الشحنتين تنافرية، حيث أن كل شحنة تمارس عليها قوة من الشحنة الأخرى. وهكذا، فإن كل من القوتين تكونان متجهتان بعكس توجه الأخرى (متدابرتين).

إن الاتجاه المطلق للقوة في الفراغ لا يتعين بإشارة الجداء  $q_1 q_2$  فقط، بل فيما إذا كانت القوة على شحنة ما في اتجاه موجب أو سالب على محور الإحداثيات يتوقف على موقع الشحنة الأخرى (الموقع النسبي للشحن بالنسبة لمركز الإحداثيات المختار).

على سبيل المثال، إذا كان المحور  $x$  الممتد بين الشحنتين في الشكل (23.7) (a)، فإن الجداء  $q_1 q_2$  يكون موجب، لكن  $F_{12}$  يشير إلى اتجاه  $+x$ ، و  $F_{21}$  يشير إلى اتجاه  $+x$ .



الشكل (23.7): شحنتين نقطيتين تفصل بينهما مسافة  $r$  تمارس كل منهما قوة على الأخرى تعطى بقانون كولون. إن القوة  $F_{21}$  التي تمارسها الشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_1$  تساوي بالقيمة وتعاكس بالإشارة للقوة  $F_{12}$  التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_2$ . (a) عندما يكون للشحنتين نفس الإشارة، فإن القوة تكون تنافرية، (b) وعندما يكون للشحنتين إشارتين متعاكستين، فإن القوة تكون تجاذبية.

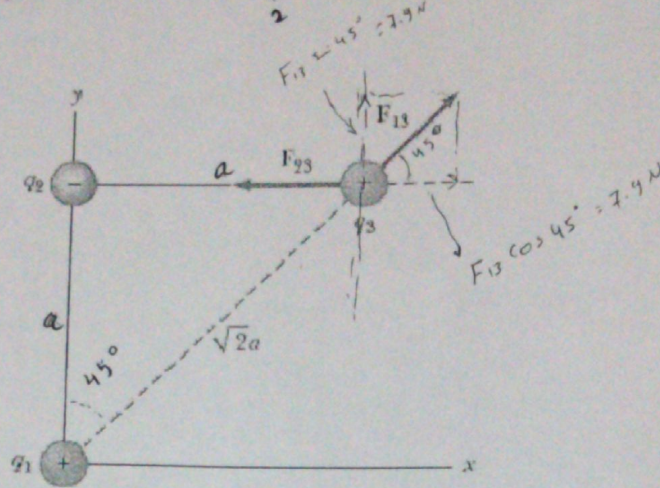
عند وجود أكثر من شحنتين، فإن القوة بين أي زوج منها تعطى بالمعادلة (23.6)، لذلك، فإن القوة المحصلة على أي واحدة منها ستساوي المجموع المتجهي للقوى التي تمارسها الشحن الفردية المختلفة. على سبيل المثال، إذا كان هنالك أربع شحن، فإن القوة المحصلة التي تمارسها الشحن 2 و 3 و 4 على الشحنة 1 ستكون:

$$F_1 = F_{21} + F_{31} + F_{41}$$

مثال (23.2): أوجد القوة المحصلة



ليكن لدينا ثلاث شحن نقطية متوضعة على زوايا مثلث قائم كما هو مبين في الشكل (23.8)، حيث  $q_1 = q_3 = 5.0 \mu C$ ،  $q_2 = -2.0 \mu C$ ، و  $a = 0.10 m$ . أوجد القوة المحصلة الممارسة على  $q_3$ .



الشكل (23.8): للمثال (23.2)، القوة التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_3$  هي  $F_{13}$ . والقوة التي تمارسها  $q_2$  على  $q_3$  هي  $F_{23}$ . إن القوة المحصلة  $F_3$  الممارسة على  $q_3$  ستكون المجموع المتجهي للقوتين  $F_{13}$  و  $F_{23}$ ؛ أي  $F_{13} + F_{23}$ .

**الحل:** بداية، لاحظ اتجاه القوى الفردية (كل على حدة) التي تمارسها الشحنة  $q_1$  والشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_3$ . إن القوة  $F_{23}$  التي تمارسها الشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_3$  هي قوة تجاذبية لأن الشحنتين  $q_2$  و  $q_3$  لهما شحنتين متعاكستين (سالبة وموجبة). وإن القوة  $F_{13}$  التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_3$  هي قوة تنافرية لأن الشحنتين  $q_1$  و  $q_3$  لهما شحنتين متماثلتين (موجبيتين). إن قيمة القوة  $F_{23}$  هي:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2} = \left( 8.99 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2} \right) \frac{(2.0 \times 10^{-6} C)(5.0 \times 10^{-6} C)}{(0.10 m)^2} = 9.0 N$$

في جملة الإحداثيات المبينة في الشكل (23.8)، إن القوة التجاذبية  $F_{23}$  تكون موجهة نحو اليسار (أي في الاتجاه السالب لـ  $x$ ).

وإن قيمة القوة  $F_{13}$  التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_3$  هي:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = \left( 8.99 \times 10^9 N \cdot \frac{m^2}{C^2} \right) \frac{(5.0 \times 10^{-6} C)(5.0 \times 10^{-6} C)}{2(0.10 m)^2} = 11 N$$



إن القوة التآفرية  $F_{13}$  تصنع زاوية قدرها  $45^\circ$  مع المحور  $x$ . لذلك، فإن مركبتا هذه القوة على المحورين  $x$  و  $y$  تكونا متساويتين، وإن قيمة كل منهما تعطى بالعلاقة:

$$F_{13} \cos 45^\circ = 7.9 \text{ N}$$

بتحصيل القوتين  $F_{13}$  و  $F_{23}$  وفق قواعد الجمع المتجهي، نتوصل إلى قيمة مركبتي القوة المحصلة على المحورين  $x$  و  $y$  الفاعلتين على  $q_3$ :

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9 \text{ N} + (-9.0 \text{ N}) = -1.1 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9 \text{ N} + 0 = 7.9 \text{ N}$$

يمكننا أيضاً التعبير عن القوة المحصلة الفاعلة على  $q_3$  بواسطة متجهات الواحدة على المحورين  $x$  و  $y$  كما يلي:

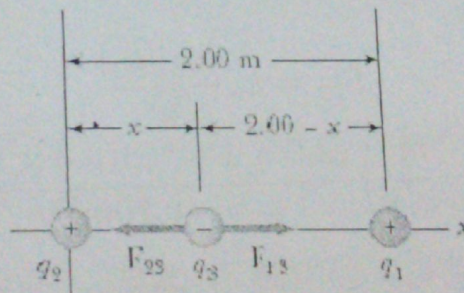
$$\mathbf{F}_3 = (-1.1\hat{i} + 7.9\hat{j})\text{N}$$

ماذا يحصل؟ ماذا يحصل إذا تبدلت إشارات كل الشحن الثلاث إلى إشارات معاكسة؟ كيف سيكون أثر ذلك على النتيجة من أجل  $\mathbf{F}_3$ .

الجواب: إن الشحنة  $q_3$  ستبقى متجاذبة إلى الشحنة  $q_2$  ومتنافرة مع  $q_1$  بقوة لها نفس القيمة المطلقة. وبالتالي النتيجة النهائية لـ  $\mathbf{F}_3$  ستكون بالضبط هي نفسها.

مثال (23.3) أين ستكون محصلة القوى معدومة؟

ثلاث شحن نقطية تقع على امتداد المحور  $x$ ، كما هو مبين في الشكل (23.9). حيث إن الشحنة الموجبة  $q_1 = 15.0 \mu\text{C}$  تكون موجودة عند  $x = 2.00 \text{ m}$ ، من الشحنة الموجبة  $q_2 = 6.00 \mu\text{C}$  التي تكون موجودة عند مبدأ الإحداثيات، وحيث إن محصلة القوى الفاعلة على الشحنة السالبة  $q_3$  معدومة. فما هي قيمة الإحداثي الذي تكون موجودة عنده الشحنة  $q_3$ ؟



الشكل (23.9)، للمثال (23.3): ثلاث شحن نقطية متوضعة على امتداد المحور  $x$ . إذا كانت القوة المحصلة الفاعلة على  $q_3$  معدومة، فإن القوة  $F_{13}$  التي تمارسها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_3$  يجب أن تكون مساوية بالقيمة ومعاكس بالاتجاه للقوة  $F_{23}$  التي تمارسها الشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_3$ ؛ أي  $F_{13} = -F_{23}$ .